

# Workbook



## Table of Contents

Integration of Rational Functions .....	2
Rational Integration .....	2



# Integration of Rational Functions

## Rational Integration

### Questions

Compute the following integrals:

1)  $\int \frac{1}{x^2 - 4} dx$

2)  $\int \frac{5-x}{x^2 + 5x} dx$

3)  $\int \frac{x}{x^2 + 5x + 6} dx$

4)  $\int \frac{8x-1}{2x^2 - 3x - 2} dx$

5)  $\int \frac{1}{(x-4)^2} dx$

6)  $\int \frac{x+4}{(x-1)^2} dx$

7)  $\int \frac{6-x}{x^2 + 8x + 16} dx$

8)  $\int \frac{2x}{x^2 + 5} dx$

9)  $\int \frac{1}{x^2 + 1} = \arctan x + k$

10)  $\int \frac{2x+1}{x^2 + 1} dx$

11)  $\int \frac{4x+10}{x^2 + 9} dx$

12)  $\int \frac{5x+6}{x^2 + 3} dx$

13)  $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 5} dx$

14)  $\int \frac{1}{x^2 + 4x + 13} dx$

15)  $\int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$

16)  $\int \frac{3x-7}{x^2 + 2x + 5} dx$

17)  $\int \frac{5x+14}{x^2 + 4x + 20} dx$

18)  $\int \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - x} dx$

19)  $\int \frac{6x^2 + 4x - 6}{x^3 - 7x - 6} dx$

20)  $\int \frac{10x}{x^4 - 13x^2 + 36} dx$

21)  $\int \frac{8x}{(x-2)^2(x+2)} dx$

22)  $\int \frac{5-x}{x^3 + x^2} dx$

23)  $\int \frac{9x+36}{x^3 + 6x^2 + 9x} dx$

24)  $\int \frac{1}{(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 4x + 4)} dx$

25)  $\int \frac{x+4}{(x-1)^3} dx$

26)  $\int \frac{6x^2 - 4x + 1}{(x-1)^3} dx$

27)  $\int \frac{x+4}{(x-1)^3} dx$

28)  $\int \frac{x+4}{(x-1)^3} dx$

29)  $\int \frac{2x+3}{(x^2 - 2x + 1)^4} dx$

30)  $\int \frac{2x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)(x + 2)} dx$

31)  $\int \frac{2x^2 + x - 1}{(x^2 + 1)(x - 3)} dx$

32)  $\int \frac{3}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx$

33)  $\int \frac{1}{x(x^2 + 1)^2} dx$

Answer Key

- 1)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + c$
- 2)  $\ln|x| - 2\ln|x+5| + c$
- 3)  $3\ln|x+3| - 2\ln|x+2| + c$
- 4)  $\ln|x+0.5| + 3\ln|x-2| + c$
- 5)  $-\frac{1}{x-4} + c$
- 6)  $\ln|x-1| - \frac{5}{x-1} + c$
- 7)  $-\ln|x+4| - \frac{10}{x+4} + c$
- 8)  $\frac{7}{2} \ln|x^2+2| + c$
- 9) Formula example
- 10)  $\ln(x^2+1) + \arctan(x) + c$
- 11)  $2\ln(x^2+9) + \frac{10}{3} \arctan\left(\frac{x}{3}\right) + c$
- 12)  $\frac{5}{2} \ln(x^2+3) + 6\frac{1}{\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + c$
- 13)  $\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$
- 14)  $\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{x+2}{3}\right) + c$
- 15)  $\frac{1}{\sqrt{3/4}} \arctan\left(\frac{x+0.5}{\sqrt{3/4}}\right) + c$
- 16)  $\frac{3}{2} \ln((x+1)^2+4) - 5 \arctan\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$
- 17)  $2.5\ln((x+2)^2+16) + \arctan\left(\frac{x+2}{4}\right) + c$
- 18)  $\ln|x| + \frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln|x+1| + c$
- 19)  $\ln|x+1| + 2\ln|x+2| + 3\ln|x-3| + c$
- 20)  $\ln \left| \frac{x^2-3}{x^2-4} \right| + c$
- 21)  $\ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| - \frac{4}{x-2} + c$
- 22)  $-6\ln|x| + 5\frac{x^{-1}}{-1} + 6\ln|x+1| + c$
- 23)  $4\ln|x| - 4\ln|x+3| + 3(x+3)^{-1} + c$
- 24)  $2\ln|x-1| - (x-1)^{-1} - 2\ln|x-2| - (x-2)^{-1} + c$
- 25)  $-\frac{1}{x-1} - \frac{5}{2(x-1)^2} + c$
- 26)  $6\ln|x-1| - \frac{8}{x-1} - \frac{3}{2(x-1)^2} + c$
- 27)  $-(x-1)^{-1} - 5\frac{(x-1)^{-2}}{2} + c$
- 28)  $\frac{-1}{(x-1)} - \frac{5}{2(x-1)^2} + c$
- 29)  $-\frac{1}{3(x-1)^6} - \frac{5}{7(x-1)^7} + c$
- 30)  $\frac{1}{2} \ln|x^2+1| + \ln|x+2| + c$
- 31)  $\arctan x + 2\ln|x-3| + c$
- 32)  $\arctan x - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$
- 33)  $\ln|x| - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) - \frac{1}{2(x^2+1)} + c$